

سؤال و پرسه (علايت مربوط بان)

برای هر دو عدد صحیح a و b و هر دو عدد طبیعی m و n داریم:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^0 = 1$$

تذکره: برای هر $a \neq 0$ تعریف می‌کنیم:

مثال

$$2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$$

$$2^5 \times 2^5 = (2 \times 2)^5 = 4^5$$

$$(2^3)^2 = 2^6$$

تعریف: هرگاه m یک عدد صحیح منفی باشد، آن‌گاه تعریف می‌کنیم:

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

یعنی هر عدد به توان منفی را می‌توانیم به صورت عکس آن عدد به توان مثبت نوشت.

$$x^{-2} = \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^2} \quad \text{الف)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x^1} = x^{-1} \quad \text{ب)}$$

مثال:

فرضه: برای هر دو عدد صحیح a و p و هر دو عدد صحیح m و n داریم:

$$a^n \div a^m = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad \text{الف)}$$

$$a \neq 0$$

$$a^n \div b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad \text{ب)}$$

$$b \neq 0$$

مثال:

$$4^9 \div 4^3 = 4^{9-3} = 4^6$$

$$21^9 \div 7^9 = \left(\frac{21}{7}\right)^9 = 3^9$$

مثلاً: برای جمع و تفریق اعداد توان دار، جامعه‌های وجود ندارد و باید ابتدا این اعداد را به توان یکسان درآید.
عمل جمع یا تفریق را انجام دارد.

مثال: حاصل عبارت $4^2 + 3^2$

$$4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

نکته: برای ضرب و تقسیم اعداد توان دار که دارای پایه های مختلف و توان های مختلف هستند، نتایجی حاصل نمی شود. باید ابتدا آن اعداد را به توان رساند و پس عمل ضرب یا تقسیم را انجام داد.

مثال: الف $2^{12} \times 3^2 = 8 \times 9 = 72$ ب $3^4 \div 9^2 = 81 \div 81 = 1$

نکته: هرگز به توان منفی اعداد توان با تغییر پایه صورت و فرج هر یک از توان مثبت نوشت.

$$\left(\frac{5}{6}\right)^{-2} = \left(\frac{6}{5}\right)^2$$

$$\left(\frac{4}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{4}\right)^3$$

مثال:

صورت: حاصل را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

الف $(-2)(-2)(-2)$

ب $(-0.2)(-0.2)(-0.2)(-0.2)(-0.2)$

صورت: اعداد را به صورت توان منفی بنویسید.

الف $5/517$

ب $5/55125$

پ $5/55551$

صورت: مقدار هر یک از عبارات زیر را به دست آورید.

الف $3^4 \times 3^3$

$5^3 \div 5^2$ ب

$2^4 \times 2^4$ د

ج $\left(\frac{7}{13}\right)^5 \times \left(\frac{7}{13}\right)^{10}$

ریشه

اگر a و b رعدرستی و n یک عدد طبیعی باشد به طوری که $a^n = b^n$ یا $a = b$ یا $a = -b$ و n فرد است. برای مثال $2^3 = 8$ و $(-2)^3 = -8$ و $1^3 = 1$ و $(-1)^3 = -1$ و $0^3 = 0$ و $(-0)^3 = 0$ و $1^4 = 1$ و $(-1)^4 = 1$ و $2^4 = 16$ و $(-2)^4 = 16$ و $3^4 = 81$ و $(-3)^4 = 81$ و $4^4 = 256$ و $(-4)^4 = 256$ و $5^4 = 625$ و $(-5)^4 = 625$ و $6^4 = 1296$ و $(-6)^4 = 1296$ و $7^4 = 2401$ و $(-7)^4 = 2401$ و $8^4 = 4096$ و $(-8)^4 = 4096$ و $9^4 = 6561$ و $(-9)^4 = 6561$ و $10^4 = 10000$ و $(-10)^4 = 10000$ و $11^4 = 14641$ و $(-11)^4 = 14641$ و $12^4 = 20736$ و $(-12)^4 = 20736$ و $13^4 = 28561$ و $(-13)^4 = 28561$ و $14^4 = 38416$ و $(-14)^4 = 38416$ و $15^4 = 50625$ و $(-15)^4 = 50625$ و $16^4 = 65536$ و $(-16)^4 = 65536$ و $17^4 = 83521$ و $(-17)^4 = 83521$ و $18^4 = 104976$ و $(-18)^4 = 104976$ و $19^4 = 130321$ و $(-19)^4 = 130321$ و $20^4 = 160000$ و $(-20)^4 = 160000$ و $21^4 = 194481$ و $(-21)^4 = 194481$ و $22^4 = 234368$ و $(-22)^4 = 234368$ و $23^4 = 279841$ و $(-23)^4 = 279841$ و $24^4 = 331776$ و $(-24)^4 = 331776$ و $25^4 = 390625$ و $(-25)^4 = 390625$ و $26^4 = 456976$ و $(-26)^4 = 456976$ و $27^4 = 531441$ و $(-27)^4 = 531441$ و $28^4 = 614656$ و $(-28)^4 = 614656$ و $29^4 = 705681$ و $(-29)^4 = 705681$ و $30^4 = 810000$ و $(-30)^4 = 810000$ و $31^4 = 923681$ و $(-31)^4 = 923681$ و $32^4 = 1048576$ و $(-32)^4 = 1048576$ و $33^4 = 1186081$ و $(-33)^4 = 1186081$ و $34^4 = 1336336$ و $(-34)^4 = 1336336$ و $35^4 = 1500000$ و $(-35)^4 = 1500000$ و $36^4 = 1677696$ و $(-36)^4 = 1677696$ و $37^4 = 1869521$ و $(-37)^4 = 1869521$ و $38^4 = 2085376$ و $(-38)^4 = 2085376$ و $39^4 = 2315641$ و $(-39)^4 = 2315641$ و $40^4 = 2560000$ و $(-40)^4 = 2560000$ و $41^4 = 2824321$ و $(-41)^4 = 2824321$ و $42^4 = 3108896$ و $(-42)^4 = 3108896$ و $43^4 = 3413681$ و $(-43)^4 = 3413681$ و $44^4 = 3738896$ و $(-44)^4 = 3738896$ و $45^4 = 4084500$ و $(-45)^4 = 4084500$ و $46^4 = 4450624$ و $(-46)^4 = 4450624$ و $47^4 = 4837376$ و $(-47)^4 = 4837376$ و $48^4 = 5244864$ و $(-48)^4 = 5244864$ و $49^4 = 5673121$ و $(-49)^4 = 5673121$ و $50^4 = 6122000$ و $(-50)^4 = 6122000$ و $51^4 = 6591601$ و $(-51)^4 = 6591601$ و $52^4 = 7081936$ و $(-52)^4 = 7081936$ و $53^4 = 7593000$ و $(-53)^4 = 7593000$ و $54^4 = 8124896$ و $(-54)^4 = 8124896$ و $55^4 = 8677621$ و $(-55)^4 = 8677621$ و $56^4 = 9251296$ و $(-56)^4 = 9251296$ و $57^4 = 9846016$ و $(-57)^4 = 9846016$ و $58^4 = 10461889$ و $(-58)^4 = 10461889$ و $59^4 = 11098916$ و $(-59)^4 = 11098916$ و $60^4 = 12768000$ و $(-60)^4 = 12768000$ و $61^4 = 13470401$ و $(-61)^4 = 13470401$ و $62^4 = 14196224$ و $(-62)^4 = 14196224$ و $63^4 = 14945569$ و $(-63)^4 = 14945569$ و $64^4 = 15718416$ و $(-64)^4 = 15718416$ و $65^4 = 16514865$ و $(-65)^4 = 16514865$ و $66^4 = 17334916$ و $(-66)^4 = 17334916$ و $67^4 = 18178569$ و $(-67)^4 = 18178569$ و $68^4 = 19045824$ و $(-68)^4 = 19045824$ و $69^4 = 19936691$ و $(-69)^4 = 19936691$ و $70^4 = 20851200$ و $(-70)^4 = 20851200$ و $71^4 = 21789361$ و $(-71)^4 = 21789361$ و $72^4 = 22751184$ و $(-72)^4 = 22751184$ و $73^4 = 23736669$ و $(-73)^4 = 23736669$ و $74^4 = 24745816$ و $(-74)^4 = 24745816$ و $75^4 = 25778525$ و $(-75)^4 = 25778525$ و $76^4 = 26834796$ و $(-76)^4 = 26834796$ و $77^4 = 27914629$ و $(-77)^4 = 27914629$ و $78^4 = 29018024$ و $(-78)^4 = 29018024$ و $79^4 = 30144981$ و $(-79)^4 = 30144981$ و $80^4 = 31295500$ و $(-80)^4 = 31295500$ و $81^4 = 32469581$ و $(-81)^4 = 32469581$ و $82^4 = 33667224$ و $(-82)^4 = 33667224$ و $83^4 = 34888429$ و $(-83)^4 = 34888429$ و $84^4 = 36133184$ و $(-84)^4 = 36133184$ و $85^4 = 37401489$ و $(-85)^4 = 37401489$ و $86^4 = 38693344$ و $(-86)^4 = 38693344$ و $87^4 = 39908759$ و $(-87)^4 = 39908759$ و $88^4 = 41147736$ و $(-88)^4 = 41147736$ و $89^4 = 42410275$ و $(-89)^4 = 42410275$ و $90^4 = 43696376$ و $(-90)^4 = 43696376$ و $91^4 = 44906029$ و $(-91)^4 = 44906029$ و $92^4 = 46139236$ و $(-92)^4 = 46139236$ و $93^4 = 47395999$ و $(-93)^4 = 47395999$ و $94^4 = 48676316$ و $(-94)^4 = 48676316$ و $95^4 = 49980189$ و $(-95)^4 = 49980189$ و $96^4 = 51307616$ و $(-96)^4 = 51307616$ و $97^4 = 52658599$ و $(-97)^4 = 52658599$ و $98^4 = 54033124$ و $(-98)^4 = 54033124$ و $99^4 = 55431191$ و $(-99)^4 = 55431191$ و $100^4 = 56852800$ و $(-100)^4 = 56852800$ و $101^4 = 58297951$ و $(-101)^4 = 58297951$ و $102^4 = 59766644$ و $(-102)^4 = 59766644$ و $103^4 = 61258879$ و $(-103)^4 = 61258879$ و $104^4 = 62774656$ و $(-104)^4 = 62774656$ و $105^4 = 64313975$ و $(-105)^4 = 64313975$ و $106^4 = 65876836$ و $(-106)^4 = 65876836$ و $107^4 = 67463239$ و $(-107)^4 = 67463239$ و $108^4 = 69073184$ و $(-108)^4 = 69073184$ و $109^4 = 70706671$ و $(-109)^4 = 70706671$ و $110^4 = 72363700$ و $(-110)^4 = 72363700$ و $111^4 = 74044271$ و $(-111)^4 = 74044271$ و $112^4 = 75748384$ و $(-112)^4 = 75748384$ و $113^4 = 77476039$ و $(-113)^4 = 77476039$ و $114^4 = 79227236$ و $(-114)^4 = 79227236$ و $115^4 = 81001975$ و $(-115)^4 = 81001975$ و $116^4 = 82799256$ و $(-116)^4 = 82799256$ و $117^4 = 84619079$ و $(-117)^4 = 84619079$ و $118^4 = 86461444$ و $(-118)^4 = 86461444$ و $119^4 = 88326351$ و $(-119)^4 = 88326351$ و $120^4 = 90213800$ و $(-120)^4 = 90213800$ و $121^4 = 92123791$ و $(-121)^4 = 92123791$ و $122^4 = 94056324$ و $(-122)^4 = 94056324$ و $123^4 = 96011409$ و $(-123)^4 = 96011409$ و $124^4 = 98089044$ و $(-124)^4 = 98089044$ و $125^4 = 100189229$ و $(-125)^4 = 100189229$ و $126^4 = 102311964$ و $(-126)^4 = 102311964$ و $127^4 = 104457249$ و $(-127)^4 = 104457249$ و $128^4 = 106625084$ و $(-128)^4 = 106625084$ و $129^4 = 108815469$ و $(-129)^4 = 108815469$ و $130^4 = 111028400$ و $(-130)^4 = 111028400$ و $131^4 = 113263871$ و $(-131)^4 = 113263871$ و $132^4 = 115521884$ و $(-132)^4 = 115521884$ و $133^4 = 117802439$ و $(-133)^4 = 117802439$ و $134^4 = 120105536$ و $(-134)^4 = 120105536$ و $135^4 = 122431175$ و $(-135)^4 = 122431175$ و $136^4 = 124779356$ و $(-136)^4 = 124779356$ و $137^4 = 127149979$ و $(-137)^4 = 127149979$ و $138^4 = 129543144$ و $(-138)^4 = 129543144$ و $139^4 = 131958851$ و $(-139)^4 = 131958851$ و $140^4 = 134397000$ و $(-140)^4 = 134397000$ و $141^4 = 136857681$ و $(-141)^4 = 136857681$ و $142^4 = 139340896$ و $(-142)^4 = 139340896$ و $143^4 = 141846639$ و $(-143)^4 = 141846639$ و $144^4 = 144374916$ و $(-144)^4 = 144374916$ و $145^4 = 146925729$ و $(-145)^4 = 146925729$ و $146^4 = 149499076$ و $(-146)^4 = 149499076$ و $147^4 = 152094959$ و $(-147)^4 = 152094959$ و $148^4 = 154713376$ و $(-148)^4 = 154713376$ و $149^4 = 157354329$ و $(-149)^4 = 157354329$ و $150^4 = 160017800$ و $(-150)^4 = 160017800$ و $151^4 = 162693791$ و $(-151)^4 = 162693791$ و $152^4 = 165392304$ و $(-152)^4 = 165392304$ و $153^4 = 168113339$ و $(-153)^4 = 168113339$ و $154^4 = 170856884$ و $(-154)^4 = 170856884$ و $155^4 = 173622939$ و $(-155)^4 = 173622939$ و $156^4 = 176411496$ و $(-156)^4 = 176411496$ و $157^4 = 179222559$ و $(-157)^4 = 179222559$ و $158^4 = 182056124$ و $(-158)^4 = 182056124$ و $159^4 = 184912191$ و $(-159)^4 = 184912191$ و $160^4 = 187790760$ و $(-160)^4 = 187790760$ و $161^4 = 190691831$ و $(-161)^4 = 190691831$ و $162^4 = 193615404$ و $(-162)^4 = 193615404$ و $163^4 = 196561479$ و $(-163)^4 = 196561479$ و $164^4 = 199530044$ و $(-164)^4 = 199530044$ و $165^4 = 202521109$ و $(-165)^4 = 202521109$ و $166^4 = 205534676$ و $(-166)^4 = 205534676$ و $167^4 = 208570739$ و $(-167)^4 = 208570739$ و $168^4 = 211629296$ و $(-168)^4 = 211629296$ و $169^4 = 214710349$ و $(-169)^4 = 214710349$ و $170^4 = 217813896$ و $(-170)^4 = 217813896$ و $171^4 = 220939939$ و $(-171)^4 = 220939939$ و $172^4 = 224088476$ و $(-172)^4 = 224088476$ و $173^4 = 227259509$ و $(-173)^4 = 227259509$ و $174^4 = 230453036$ و $(-174)^4 = 230453036$ و $175^4 = 233669059$ و $(-175)^4 = 233669059$ و $176^4 = 236897576$ و $(-176)^4 = 236897576$ و $177^4 = 240138589$ و $(-177)^4 = 240138589$ و $178^4 = 243392096$ و $(-178)^4 = 243392096$ و $179^4 = 246658099$ و $(-179)^4 = 246658099$ و $180^4 = 249936596$ و $(-180)^4 = 249936596$ و $181^4 = 253227589$ و $(-181)^4 = 253227589$ و $182^4 = 256531076$ و $(-182)^4 = 256531076$ و $183^4 = 259847049$ و $(-183)^4 = 259847049$ و $184^4 = 263175496$ و $(-184)^4 = 263175496$ و $185^4 = 266516419$ و $(-185)^4 = 266516419$ و $186^4 = 269869816$ و $(-186)^4 = 269869816$ و $187^4 = 273235689$ و $(-187)^4 = 273235689$ و $188^4 = 276614036$ و $(-188)^4 = 276614036$ و $189^4 = 280004859$ و $(-189)^4 = 280004859$ و $190^4 = 283408160$ و $(-190)^4 = 283408160$ و $191^4 = 286823939$ و $(-191)^4 = 286823939$ و $192^4 = 290252196$ و $(-192)^4 = 290252196$ و $193^4 = 293692939$ و $(-193)^4 = 293692939$ و $194^4 = 297146164$ و $(-194)^4 = 297146164$ و $195^4 = 300611879$ و $(-195)^4 = 300611879$ و $196^4 = 304090084$ و $(-196)^4 = 304090084$ و $197^4 = 307580779$ و $(-197)^4 = 307580779$ و $198^4 = 311083964$ و $(-198)^4 = 311083964$ و $199^4 = 314599639$ و $(-199)^4 = 314599639$ و $200^4 = 318127800$ و $(-200)^4 = 318127800$ و $201^4 = 321668451$ و $(-201)^4 = 321668451$ و $202^4 = 325231584$ و $(-202)^4 = 325231584$ و $203^4 = 328807199$ و $(-203)^4 = 328807199$ و $204^4 = 332395296$ و $(-204)^4 = 332395296$ و $205^4 = 336005879$ و $(-205)^4 = 336005879$ و $206^4 = 339628944$ و $(-206)^4 = 339628944$ و $207^4 = 343264491$ و $(-207)^4 = 343264491$ و $208^4 = 346922524$ و $(-208)^4 = 346922524$ و $209^4 = 350593039$ و $(-209)^4 = 350593039$ و $210^4 = 354276036$ و $(-210)^4 = 354276036$ و $211^4 = 357971519$ و $(-211)^4 = 357971519$ و $212^4 = 361679484$ و $(-212)^4 = 361679484$ و $213^4 = 365399929$ و $(-213)^4 = 365399929$ و $214^4 = 369132856$ و $(-214)^4 = 369132856$ و $215^4 = 372888269$ و $(-215)^4 = 372888269$ و $216^4 = 376656176$ و $(-216)^4 = 376656176$ و $217^4 = 380436579$ و $(-217)^4 = 380436579$ و $218^4 = 384229476$ و $(-218)^4 = 384229476$ و $219^4 = 388034869$ و $(-219)^4 = 388034869$ و $220^4 = 391852756$ و $(-220)^4 = 391852756$ و $221^4 = 395683139$ و $(-221)^4 = 395683139$ و $222^4 = 399526016$ و $(-222)^4 = 399526016$ و $223^4 = 403381389$ و $(-223)^4 = 403381389$ و $224^4 = 407249256$ و $(-224)^4 = 407249256$ و $225^4 = 411129619$ و $(-225)^4 = 411129619$ و $226^4 = 415022476$ و $(-226)^4 = 415022476$ و $227^4 = 418927829$ و $(-227)^4 = 418927829$ و $228^4 = 422845676$ و $(-228)^4 = 422845676$ و $229^4 = 426776019$ و $(-229)^4 = 426776019$ و $230^4 = 430718856$ و $(-230)^4 = 430718856$ و $231^4 = 434684189$ و $(-231)^4 = 434684189$ و $232^4 = 438661916$ و $(-232)^4 = 438661916$ و $233^4 = 442652039$ و $(-233)^4 = 442652039$ و $234^4 = 446654556$ و $(-234)^4 = 446654556$ و $235^4 = 450669469$ و $(-235)^4 = 450669469$ و $236^4 = 454696776$ و $(-236)^4 = 454696776$ و $237^4 = 458736479$ و $(-237)^4 = 458736479$ و $238^4 = 462788576$ و $(-238)^4 = 462788576$ و $239^4 = 466853069$ و $(-239)^4 = 466853069$ و $240^4 = 470930056$ و $(-240)^4 = 470930056$ و $241^4 = 475019539$ و $(-241)^4 = 475019539$ و $242^4 = 479121516$ و $(-242)^4 = 479121516$ و $243^4 = 483235989$ و $(-243)^4 = 483235989$ و $244^4 = 487362956$ و $(-244)^4 = 487362956$ و $245^4 = 491502419$ و $(-245)^4 = 491502419$ و $246^4 = 495654376$ و $(-246)^4 = 495654376$ و $247^4 = 499818829$ و $(-247)^4 = 499818829$ و $248^4 = 503995776$ و $(-248)^4 = 503995776$ و $249^4 = 508185219$ و $(-249)^4 = 508185219$ و $250^4 = 512387156$ و $(-250)^4 = 512387156$ و $251^4 = 516591589$ و $(-251)^4 = 516591589$ و $252^4 = 520808516$ و $(-252)^4 = 520808516$ و $253^4 = 525037939$ و $(-253)^4 = 525037939$ و $254^4 = 529279856$ و $(-254)^4 = 529279856$ و $255^4 = 533534269$ و $(-255)^4 = 533534269$ و $256^4 = 537801176$ و $(-256)^4 = 537801176$ و $257^4 = 542080579$ و $(-257)^4 = 542080579$ و $258^4 = 546372476$ و $(-258)^4 = 546372476$ و $259^4 = 550676869$ و $(-259)^4 = 550676869$ و $260^4 = 554993756$ و $(-260)^4 = 554993756$ و $261^4 = 559323139$ و $(-261)^4 = 559323139$ و $262^4 = 563665016$ و $(-262)^4 = 563665016$ و $263^4 = 568019389$ و $(-263)^4 = 568019389$ و $264^4 = 572386256$ و $(-264)^4 = 572386256$ و $265^4 = 576765619$ و $(-265)^4 = 576765619$ و $266^4 = 581157476$ و $(-266)^4 = 581157476$ و $267^4 = 585561829$ و $(-267)^4 = 585561829$ و $268^4 = 589978676$ و $(-268)^4 = 589978676$ و $269^4 = 594408019$ و $(-269)^4 = 594408019$ و $270^4 = 598849856$ و $(-270)^4 = 598849856$ و $271^4 = 603304189$ و $(-271)^4 = 603304189$ و $272^4 = 607771016$ و $(-272)^4 = 607771016$ و $273^4 = 612250339$ و $(-273)^4 = 612250339$ و $274^4 = 616742156$ و $(-274)^4 = 616742$

بزرگ، درجه‌ی بی‌خطره n، ربع و m مرتبه، و عدد a عددی طبیعی است.

$$(-\varepsilon)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{(-\varepsilon)} = \sqrt[2]{16}$$

مثبت، عددتهای برابر در صورت نشان داده شد.

$$\sqrt[2]{11}$$

$$(\sqrt[2]{3})^2$$

$$(\sqrt[2]{25})^3$$

$$1) \sqrt[2]{\frac{4}{5}} \times \sqrt[2]{10}$$